

ESTUDIO DE DEFORMACIONES INSTANTANEAS Y DIFERIDAS EN ELEMENTOS LINEALES DE HORMIGON ARMADO. PROPUESTA GENERAL DE COMPROBACION.*

(STUDY OF INSTANTANEOUS AND LONG TERM DEFLECTIONS OF REINFORCED CONCRETE BEAMS. GENERAL PROPOSAL TO CHECK SERVICEABILITY LIMIT STATE.)

Luis Díaz Zamora, Ingeniero Civil
Universidad de La Serena, Chile.

Director de Tesis:

Hugo Corres Peiretti

Profesor Titular. E.T.S.I. de Caminos, Canales y Puertos
Universidad Politécnica de Madrid.

450-21

RESUMEN

En esta tesis se presenta una propuesta general para la comprobación del estado límite de servicio de deformaciones para vigas. Se proponen: deformaciones límites, límites de esbeltez que eviten el cálculo de deformaciones, un método para el cálculo de deformaciones instantáneas y diferidas y criterios para el uso de métodos integrales generales.

SUMMARY

General proposal to check serviceability limit state of deflections in reinforced concrete beams is presented, including: allowable deflections, deflection control using allowable span-to-depth ratios, simplified formulae and remarks for using an integral general method.

1. INTRODUCCION

La utilización de materiales de gran calidad, así como de métodos de diseño cada vez más precisos, ha permitido el proyecto de elementos más esbeltos en los que los estados límites de servicio, especialmente el relativo a deformaciones, constituye una comprobación indispensable. La falta de criterios adecuados en este campo ha dado lugar a un gran número de patologías causadas por deformaciones excesivas.

El tratamiento teórico del problema de las deformaciones, en elementos de hormigón armado, es complejo debido a los distintos fenómenos involucrados: fisuración, contribución de la zona traccionada de hormigón entre fisuras, fluencia y retracción, historia de cargas, etcétera.

En esta Tesis se presenta una propuesta general para la comprobación del estado límite de servicio de elementos lineales de hormigón armado:

- Un criterio simple para la identificación de aquellos elementos en los que no es necesaria esta comprobación, teniendo en cuenta los distintos parámetros que se presentan en el fenómeno: esbeltez (l/d), cuantía (w), relación carga permanente carga total ($g/[g+q]$), fluencia, etcétera.
- Un método simplificado para la evaluación de flechas instantáneas y diferidas y límites de validez de aplicación de las fórmulas propuestas.
- Información general para la utilización del método integral, relativo a las ecuaciones constitutivas a adoptar para la definición de los diagramas momento-curvatura, criterios de discretización, etcétera.

* Tesis Doctoral leída el 17 de julio de 1987, en la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid, que obtuvo la calificación de Apto "cum laude".

2. PROPUESTA GENERAL DE COMPROBACION DEL ESTADO LIMITE DE SERVICIO DE DEFORMACIONES

Para el estudio de este tema y la elaboración de esta propuesta se han analizado distintos modelos teóricos, especialmente desde el punto de vista de las ecuaciones constitutivas, que permiten el cálculo de deformaciones.

Después de una evaluación de las distintas posibilidades, se ha adoptado como modelo teórico de cálculo de deformaciones el método integral propuesto por el CEB¹², por las siguientes razones:

- Este modelo permite la evaluación teórica de deformaciones instantáneas y diferidas en elementos isostáticos e hiperestáticos y representa con suficiente precisión los resultados experimentales.
- El modelo tiene en cuenta las distintas variables que intervienen en el fenómeno, con lo que es posible representar adecuadamente los casos más frecuentes de proyecto.
- Por último, el modelo utiliza un diagrama momento-curvatura simple que puede resultar útil para la deducción de fórmulas de cálculo de flechas, que permitan abordar el cálculo de deformaciones en forma simplificada.

2.1. Flechas máximas admisibles

En la figura 1 se muestra el criterio de flechas máximas admisibles propuesto. Tal como puede verse se propone el control de tres flechas, dependiendo que el elemento estructural deba o no soportar elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños:

- Para el caso de elementos que no deban soportar tabiquerías se propone limitar la flecha total, de forma relativa con la luz, a 1/250. Este

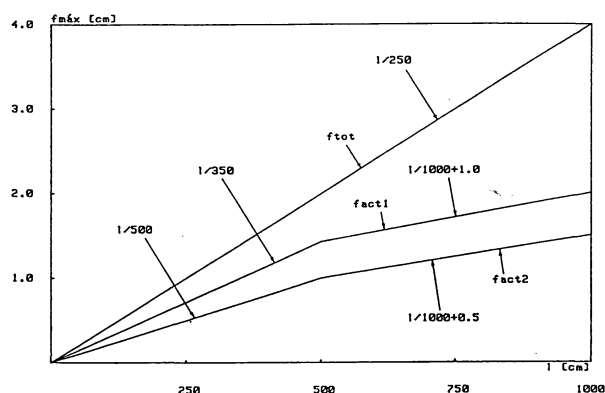


Fig. 1.—Flechas máximas admisibles.

valor coincide sensiblemente con el establecido en otras propuestas.

- En el caso de elementos que deban soportar tabiquerías, se propone controlar dos flechas: la flecha activa total, es decir, la flecha que se produce después de construida la tabiquería y la flecha activa permanente, es decir, la flecha activa que se produce después de construida la tabiquería sin tener en cuenta la flecha instantánea debida a la sobrecarga.
- Para la flecha activa total (flecha activa 1), se propone una función bilineal de la flecha máxima y la luz del elemento, de tal forma que para elementos de 10 m de luz la flecha máxima no supere los 2 centímetros.
- Para el caso de la flecha activa permanente (flecha activa 2), se propone un criterio más conservador definido como una función bilineal de forma que la flecha máxima para 10 m no supere 1,50 centímetros.

Con esta propuesta se han querido relajar las condiciones de flecha máxima para el caso que se tome en cuenta la sobrecarga, de carácter temporal e instantáneo, y limitar el valor máximo de la flecha activa permanente a valores pequeños, tal como se propone en la bibliografía, para evitar fisuración de tabiquerías.

Tabla 1

Coef.	f_{tot}	f_{act1}	f_{act2}
α_1	$0,33 \cdot \alpha + 0,80$	$0,46 \cdot \alpha + 0,72$	$2,85 \cdot \alpha - 0,71$
α_2	$0,17 \cdot \varphi + 0,56$	$0,19 \cdot \varphi + 0,52$	$0,24 \cdot \varphi + 0,41$
α_3	$0,90 + 3,82/Q$	$1,10 + 0,78/Q$	$Q < 19,6 \text{ KN/m} : 1,21 + 5257/Q$
α_4	1.0	$l < 5 \text{ m} : 1,0$	$Q > 19,6 \text{ KN/m} : 1,07 + 0,01 \cdot Q$
		$l > 5 \text{ m} : 1,0 + 0,09 \cdot (l-5)$	$l < 5 \text{ m} : 1,0$
			$l > 5 \text{ m} : 1,0 + 0,08 \cdot (l-5)$

2.2. Límites de esbeltez. Relaciones luz-canto

La propuesta de esbeltez se presenta en la ecuación 1 y en la Tabla 1. Esta propuesta se ha desarrollado a partir de un estudio paramétrico de las distintas variables, utilizando el modelo teórico elegido y teniendo en cuenta las siguientes hipótesis:

- Ya que la relación luz-canto se utiliza para predimensionar el canto, y, por lo tanto en este caso no es necesario comprobar el estado límite de servicios de deformaciones, se ha supuesto que la cuantía de armado longitudinal final del elemento estructural será la cuantía estricta que se obtiene de la comprobación del estado límite último.
- La relación luz-canto se ha estudiado para secciones rectangulares sometidas a carga uniformemente distribuida. De esta forma y de acuerdo con las hipótesis anteriores, es posible definir la relación luz-canto en función de la carga existente, dato que dispone el proyectista, en lugar de la cuantía de armadura. Para otros tipos de carga se debe obtener una carga uniformemente distribuida equivalente. Para el caso de secciones T, el criterio sigue siendo válido si la parte comprimida del hormigón comprende sólo la cabeza de la misma para sección fisurada.
- La historia de carga utilizada es la que se muestra en la figura 2. Esta historia parece representativa de las condiciones que se producen durante la construcción y servicio de estructuras de edificación.
- La relación luz-canto propuesta tiene en cuenta las siguientes variables: relación entre carga permanente y carga de servicio ($g/[g+q]$), fluencia y retracción del hormigón (ϕ , ϵ_r), cuantía de armado o carga de servicio ($g+q=Q$), calidad del acero (f_{yk}) y esquema estructural del elemento analizado (α_s).

La calidad del hormigón presenta escasa influencia y la propuesta ha sido realizada para un hormigón $f_{ck} = 175 \text{ kg/cm}^2$

$$l/d = < 16 \cdot 1/\alpha_1 \cdot 1/\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot 1/\alpha_4 \cdot 1/\alpha_5 \quad (\text{ec. } 1)$$

Si $f_{yk} > 4100 \text{ kg/cm}^2$, los valores de la esbeltez dados por la ecuación 1 deben dividirse por $0,40 + f_{yk} / 7030$ usando f_{yk} en kg/cm^2

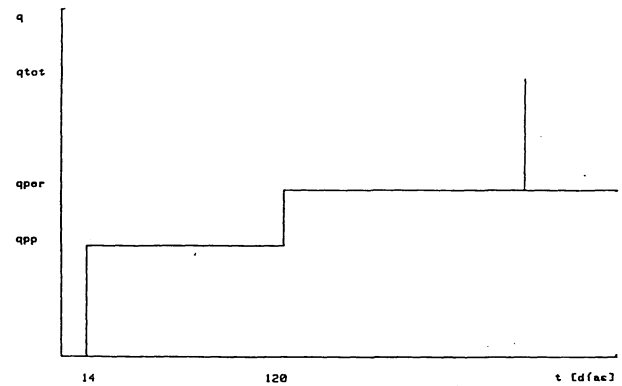


Fig. 2.—Historia de carga.

donde:

α_s : coeficiente corrector por tipo de apoyos:

$\alpha_s = 1,0$ apoyado-apoyado
 $\alpha_s = 0,7$ apoyado-empotrado
 $\alpha_s = 0,6$ empotrado-empotrado

l : luz del vano del elemento analizado (m).

α : relación entre carga permanente y carga de servicio.

ϕ : coeficiente de fluencia a tiempo infinito.

Q : carga de servicio uniformemente distribuida (t/m).

A efectos de comprobar la precisión de las relaciones luz-canto propuestas se ha realizado un estudio teórico en el que se han estudiado las siguientes variables:

— Esquema estructural: apoyado-apoyado; apoyado-empotrado; empotrado-empotrado.

— Luces: 3-5-7-10 m.

— Cargas: 500, 750 y 1.000 kg/m^2 .

— Anchos de influencia: 0,50; 0,75 y 1,00 de cada una de las luces indicadas.

— Coeficiente de fluencia: 2,5 y 3,5.

Para cada elemento se ha determinado el canto, de acuerdo con el criterio más limitante de las relaciones luz-canto propuestas y se ha dimensionado. Para las vigas así dimensionadas se han calculado las flechas total, activa total y activa permanente, utilizando el modelo teórico. Finalmente se han comparado las flechas

Tabla 2.

Tipo de Apoyo	Número de vigas	ε %	Desv. Estándar	Máx. Error Neg. %	Máx. Error Pos. %
Simple	192	-2,615	0,088	-32,83	+21,81
Ap-Emp	192	+1,752	0,088	-24,21	+24,80
Emp-Emp	192	-0,535	0,099	-30,53	+30,13

$$\epsilon(\%) = 100.$$

$$(f_{\text{admisible}} - f_{\text{método general}}) / f_{\text{método general}}$$

calculadas con las flechas máximas admisibles propuestas. Los resultados de este estudio se presentan en la Tabla 2.

2.3. Fórmulas simplificadas

Para calcular las flechas instantáneas se supone que el elemento tiene rigidez constante e igual a una rigidez media, expresada en términos de curvaturas. Esta hipótesis permite el cálculo de la flecha utilizando las fórmulas de resistencia de materiales para distintos tipos de carga, sección transversal y esquema estructural

$$f_1 = \delta \cdot (1/r)_{\text{max}} \cdot l^2 \quad (\text{ec. 2})$$

donde:

δ : coeficiente dependiente del tipo de carga y esquema.

$(1/r)_{\text{max}}$: curvatura máxima de la sección de centro de vano, tanto para elementos isostáticos como para hiperestáticos.

l : longitud del vano.

Para la obtención de $(1/r)_{\text{max}}$ se proponen las siguientes expresiones:

Si $M = < M_i$:

$$(1/r)_{\text{max}} = M/(E_c \cdot I_b) \quad (\text{ec. 3})$$

Si $M > M_i$:

$$(1/r)_{\text{max}} = F \cdot M/(E_c \cdot I_i) \quad (\text{ec. 4})$$

$$F = 1 + (M_i/M)^2 \cdot (I_i/I_b - 1) \quad (\text{ec. 5})$$

donde:

M : momento en el centro de vano correspondiente al estado de carga cuya flecha se quiere calcular.

M_i : momento de fisuración

$$M_i = 2 \cdot f_{\text{ctk}} \cdot I_b/h \quad (\text{ec. 6})$$

E_c : módulo de deformación longitudinal del hormigón

$$(19.000 \cdot (f_{\text{ck}})^{1/2} \text{ según EH-82}^3).$$

f_{ctk} : resistencia característica a flexotracción del hormigón

$$(f_{\text{ctk}} = 2 \cdot (f_{\text{ck}})^{1/2})$$

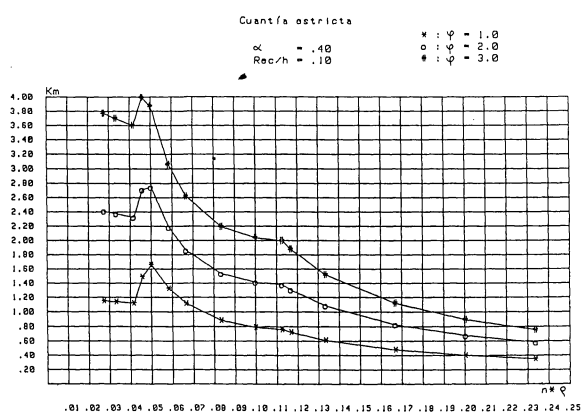
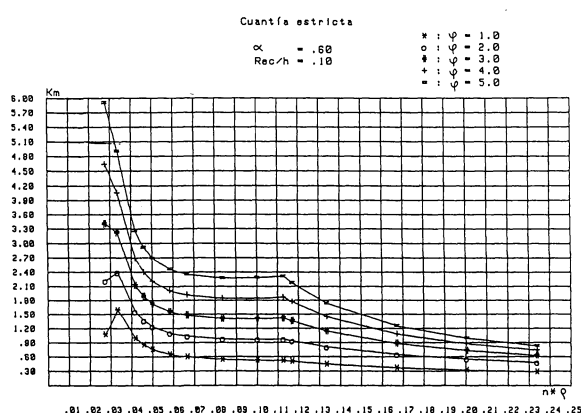
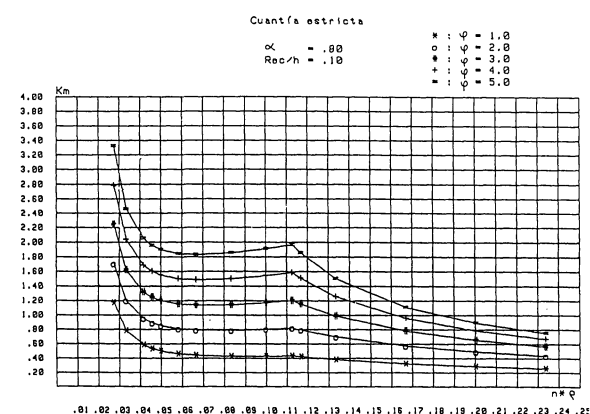
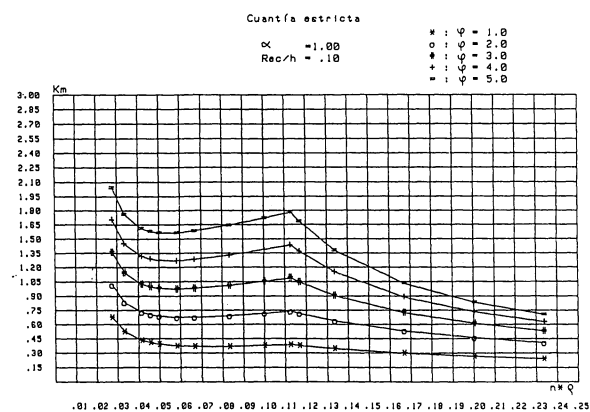
h : canto total de la sección.

I_b : inercia bruta de la sección no fisurada sin tener en cuenta la contribución de las armaduras.

I_i : inercia fisurada de la sección.

Para el ajuste de estas fórmulas se ha utilizado un banco de datos, obtenido a partir del modelo teórico adoptado, correspondiente a elementos estructurales en los que no se cumplen las condiciones establecidas por el límite de esbeltez.

Tal como puede verse, el procedimiento propuesto utiliza para el cálculo de flechas en elementos hiperestáticos leyes de momentos obtenidas para elementos con rigidez constante, es decir, no se tiene en cuenta el efecto de posibles redistribuciones de esfuerzos debidos al comportamiento no lineal del hormigón armado. Resultados experimentales y teóricos presentados en la referencia 13 muestran que, cuando se adopta como criterio de distribución de armaduras en el proyecto de estructuras de hormigón armado, leyes de esfuerzos obtenidos con cálculo lineal, los esfuerzos en estado de servicio generalmente son más favorables que los que se obtienen en una comprobación no lineal. Es decir, utilizar en estos casos la ley de esfuerzos obtenida con la hipótesis de rigidez constante queda del lado de la seguridad.

Fig. 3b.—Factor multiplicador K_m Fig. 3a.—Factor multiplicador K_m Fig. 3c.—Factor multiplicador K_m Fig. 3d.—Factor multiplicador K_m

Para el cálculo de las flechas diferidas por fluencia y retracción se propone la utilización de un coeficiente multiplicador, obtenido de los gráficos que se muestran en la figura 3, que depende del coeficiente de fluencia (ϕ), cuantía geométrica de tracción (q) y relación entre la carga permanente y carga total (Ec. 7).

Estos valores han sido obtenidos para cuantías estrictas, de tal forma que incluyen el efecto de la armadura de compresión cuando es necesaria por cálculo. Para aquellos casos en que la cuantía de compresión es superior a la estrictamente necesaria por cálculo, se propone un coeficiente corrector del factor multiplicador K_m (Ec. 8)

$$f_d = f_1 \cdot K_m \cdot F_r \quad (\text{ec. 7})$$

$$F_r = 1/(1 + .58 \cdot q^*/q) = < 1 \quad (\text{ec. 8})$$

donde:

f_d : flecha diferida por fluencia y retracción.

f_1 : flecha instantánea producida por las cargas permanentes.

K_m : coeficiente multiplicador.

F_r : coeficiente corrector de K_m cuando la cuantía de compresión es superior a la estricta de cálculo.

q^* : cuantía geométrica de compresión superabundante.

q : cuantía geométrica de armadura de tracción estricta.

En la figura 4 se muestra un estudio sobre la precisión de las fórmulas simplificadas propuestas respecto a los resultados experimentales del banco de datos disponible.

2.4. Procedimiento general. Método integral

De acuerdo con los trabajos realizados, el método propuesto por el CEB para la determinación del diagrama momento-curvatura resulta suficientemente preciso, simple de utilizar y permite tener en cuenta las distintas variables que intervienen en el fenómeno. Este método podría ser recomendado para el cálculo de flechas de elementos no contemplados por las fórmulas simplificadas propuestas o para situaciones particulares. En cualquier caso, y especialmente para estructuras hiperestáticas en las que se

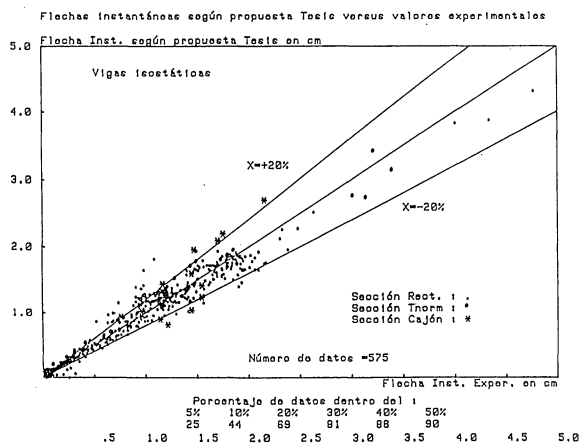


Fig. 4a.—Flechas instantáneas vigas isostáticas según propuesta Tesis - valores experimentales.

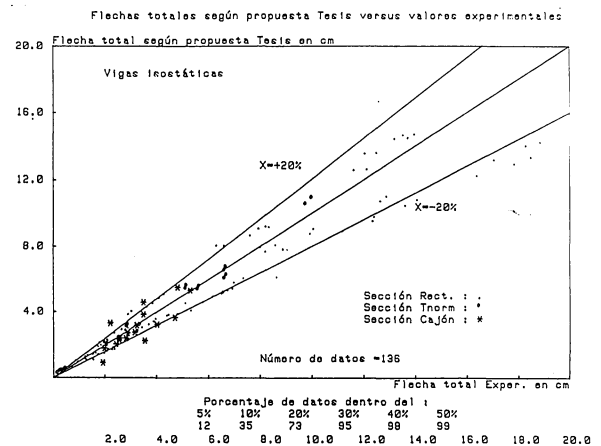


Fig. 4b.—Flechas totales vigas isostáticas según propuesta Tesis - valores experimentales.

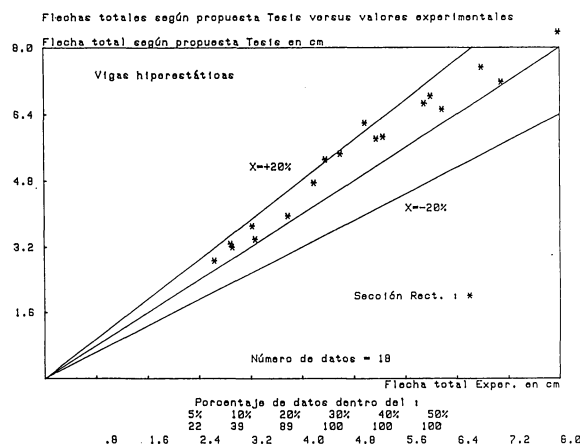


Fig. 4c.—Flechas instantáneas vigas hiperestáticas según propuesta Tesis - valores experimentales.

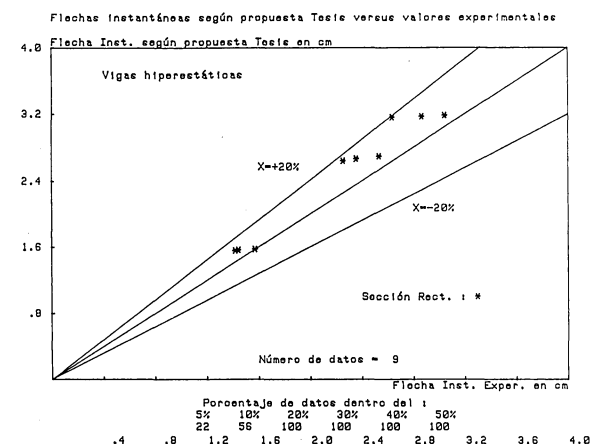


Fig. 4d.—Flechas totales vigas hiperestáticas según propuesta Tesis - valores experimentales.

requiere un proceso iterativo, es necesario tener en cuenta de forma precisa qué criterios de discretización de la estructura deben ser utilizados para evitar errores importantes en la evaluación de flechas. En la referencia 14 se muestra la influencia que tiene este aspecto en el cálculo de flechas y se propone un procedimiento que permite discretizaciones adecuadas.

3. CONSIDERACIONES FINALES

- Para la correcta definición de las flechas máximas admisibles es necesario contar con resultados experimentales, especialmente en lo relativo a las flechas compatibles con la fisuración de elementos no estructurales. Para la definición de los límites de esbeltez es fundamental asimismo la evaluación, en obras existentes, de la historia de carga especialmente durante el proceso constructivo. Finalmente, para la contrastación

tanto de los modelos generales como de las fórmulas simplificadas son necesarios datos experimentales que representen adecuadamente las magnitudes de las variables más significativas de los elementos estructurales con problemas de deformaciones, así como datos complementarios suficientes para permitir el análisis teórico del problema.

- La propuesta de comprobación del estado límite de servicio de deformaciones que se presenta en este trabajo está pensada fundamentalmente en una eficiente evaluación de los límites de esbeltez, ya que de esta forma se evita el cálculo de la flecha y los problemas que ellas producen. Para la deducción de los distintos criterios se han adoptado las hipótesis indicadas que pueden ser discutidas debido a la dificultad y amplitud del fenómeno tratado. En cualquier caso, un planteamiento de este tipo podría reproducirse para hipótesis diferentes consensuadas por la comunidad técnica-científica.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. Díaz Zamora, L.: "Estudio de deformaciones instantáneas y diferidas en elementos lineales de hormigón armado. Propuesta general de comprobación". Tesis Doctoral dirigida por Corres Peiretti, H. y presentada en la E.T.S.I.C.C. y P. de la U.P.M. 1987.
2. Mayer, H.: "Bauschaden als folge der durchbiegung von stahlbeton-bauteilen". Report n.º 68. Materialprüfungsamt für das bauwesen der Technischen Hochschule Munich. 1966.
3. EH-82: "Instrucción para el proyecto y la ejecución de obras de hormigón en masa y armado". Comisión Permanente del Hormigón. Madrid, 1982.
4. ACI. Committee 318. "Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI. 318-83)". American Concrete Institute. Detroit, 1983.
5. CEB: "Código-modelo CEB-FIP para las estructuras de hormigón". 1978.
6. BAEL-83: "Règles Techniques de Conction et de Calcul des Ouvrages et Constructions en Béton Armé Suivant la Méthode des Etats-Limites". París, 1984.
7. CP-110: "Code of practice for the use of Concrete". British Standard Institution. London, 1972.
8. Rajan, B: "Control of Beam Deflections by Allowable Span-Depth Ratios". ACI Journal. V.79. N 5. Sept-Oct 1982.
9. Wang, C.; Salmon, C.: "Reinforced Concrete Design". Harper International Edition. New York, 1985.
10. Branson, D.: "Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams". HPR Report n.º 7, Part 1, Alabama Highway Department. Bureau of Public Roads. Aug., 1973.
11. Beeby, A.: "Modified Proposals for Controlling Deflections by Means of Ratios of Span to Effective Depth". Technical Report 42.456. Cement and Concrete Association. London, 1971.
12. CEB: "Manual on Cracking and Deformations". Bulletin D'Information, n.º 158-E. 1985.
13. Calavera, J.; Corres, H.; Fernández, J.; León, J.: "Estudio teórico y experimental, en servicio y agotamiento de forjados unidireccionales de hormigón armado". E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid.
14. Corres, H.; León, J.: "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Structures". CIVIL-COMP 85. Proceedings of Second International Conference on Civil and Structural Engineering Computing. Londres. 1985.

publicación del ietcc / CSIC



Fernando Aguirre de Yraola y Renato Ramírez Sánchez

Drs. Arquitectos

Industrialización de la construcción, en sentido general dentro de ésta, es el empleo, en forma racional y mecanizada, de materiales, medios de transporte y técnicas constructivas para conseguir una mayor productividad.

El proceso del desarrollo de la industrialización, que nos transformará el sector tradicional, o convencional, en otros más de acuerdo con nuestras exigencias actuales, deberá aplicarse no sólo al producto de este desarrollo, es decir, la edificación, sino también al conjunto de la producción.

El carácter acusadamente gráfico y esquemático de esta publicación pretende constituir una síntesis de parámetros básicos para la Racionalización, Normalización y Tipificación de elementos prefabricados, organización en obra y factoría, para el estudio económico entre construcciones convencionales e industrializadas.

Un volumen encuadernado en cartón plastificado, de 21 x 17 cm, compuesto de 125 páginas, 25 cuadros y 56 figuras de línea.

Precios: España 1.500 ptas. Extranjero \$21.00.